

問題: 点Aの座標は(-2, 2)で、点Bのx座標は4である。

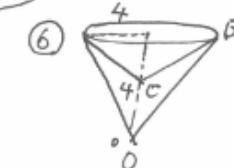
点Pは原点を出発し、関数 $y=ax^2$ のグラフ上を点Bまで進む。

- ① a の値を求めよ。
- ② 直線ABの式を求めよ。
- ③ $\triangle OAB$ の面積を求めよ。
- ④ 原点を通り、 $\triangle OAB$ の面積を二等分する直線の式を求めよ。
- ⑤ $\triangle OAB = \triangle PAB$ となるときの点Pの座標を求めよ。
- ⑥ $\triangle OBC$ をy軸を回転の軸として1回転させてできる立体の体積を求めよ。

⑤ 点Pは原点を通り、 $y=x+4$ と平行な直線と $y=\frac{1}{2}x^2$ の交点になる。
よってPを求めるには

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x^2 \\ y = x \end{cases} \quad \text{の交点を求める。}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}x^2 &= x \\ x^2 - 2x &= 0 \\ x(x-2) &= 0 \\ x = 0, 2. \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} x = 2 \text{ が成り立つ} \\ P(2, 2) \end{array} \right\}$$



① $y = ax^2$ に $(-2, 2)$ 代入

$$2 = 4a$$

$$a = \frac{1}{2}$$

② $y = \frac{1}{2}x^2$ に $x=4$ 代入

$$y = \frac{1}{2} \times 16$$

$$y = 8$$

$B(4, 8)$ $A(-2, 2)$ なり

直線ABは

$$\begin{cases} 8 = 4a + b \\ 2 = -2a + b \end{cases} \quad \text{を解くと} \quad \begin{cases} a = 1 \\ b = 4 \end{cases}$$

$$y = x + 4$$

③ $\triangle OAB = \triangle OAC + \triangle OCB$

$$\begin{aligned} \triangle OAC &= 4 \times 2 \div 2 \\ &= 4 \\ \triangle OCB &= 4 \times 4 \div 2 \\ &= 8 \end{aligned}$$

よって $\triangle OAB = 12$.

④ $O(0,0)$ と A と B の中点 D を通ればよい
中点 D の座標は $\left(\frac{-2+4}{2}, \frac{2+8}{2}\right)$ なり

$D(1, 5)$ となる。

また $O(0,0)$ と $D(1, 5)$ を通る直線は

$$y = 5x$$

$$\begin{aligned} &(16\pi \times 8 \div 3) - (16\pi \times 4 \div 3) \\ &= \frac{128\pi}{3} - \frac{64\pi}{3} \\ &= \frac{64\pi}{3} \quad \underline{\frac{64\pi}{3}} \end{aligned}$$